



3 DUBBELE FINALITEIT

Info over de vakfiche

Geldig van 1 januari 2027 tot en met 31 december 2027. Je gebruikt deze vakfiche voor deze studierichting in de **3^{de} graad dubbele finaliteit**:

- Commerciële organisatie
- Basisvorming Dubbele finaliteit

Waarom leer je dit vak?

In onze samenleving is wiskunde overal, ook al heb je dat niet altijd in de gaten. Denk maar aan de routeplanner op je smartphone, online betalingen, zoekopdrachten op Google, weersvoorspellingen,... Wiskunde is dus levensbelangrijk.

Wiskunde versterkt daarnaast je redeneervaardigheden en kritisch denkvermogen. Het helpt je analytisch over de wereld na te denken en logisch te redeneren. Dezelfde stappen die je neemt om binnen wiskunde een probleem op te lossen, kan je ook toepassen op andere gebieden van je leven.

Hoe gebruik je deze vakfiche?

Een vakfiche bevat alle informatie die je nodig hebt om te studeren en om je examen met succes af te leggen. We geven je dus niet alleen de leerstof maar ook uitleg over hoe het examen verloopt, wat je moet meebrengen, hoe we je examen beoordelen en welk cursusmateriaal je kan gebruiken om je voor te bereiden.

In het hoofdstuk *Wat moet je leren?* gebruiken we altijd dezelfde symbolen, zodat duidelijk is voor jou wat je moet kennen en kunnen op het examen.



Leerdoel

Bij elk hoofdstuk krijg je eerst een korte beschrijving van het leerdoel: een algemene omschrijving van de competenties die je moet verwerven.



Dit moet je **kennen**

Dit is een opsomming van alle begrippen en concepten die je tijdens je voorbereiding moet leren. Je moet deze ondersteunende kennis gebruiken in de opdrachten van het examen en zo bewijzen dat je de competenties echt onder de knie hebt.



Dit moet je **kunnen**

Hier vind je wat meer in detail terug wat je moet kunnen aan de hand van de leerstof die je gestudeerd hebt. Je bereidt je voor op het examen vanuit concrete problemen en situaties.



Extra info

Soms geven we extra info of verwijzen we naar een vorig hoofdstuk.



Bijlage

Bij deze vakfiche horen bijlagen. Je vindt ze op het einde van de vakfiche.

Wat moet je leren?

Terwijl je studeert, moet je je voorbereiden op 2 soorten opgaven die je kan krijgen op het examen:

- **met context of in een betekenisvolle situatie** = opgaven die vertrekken vanuit een concrete of specifieke situatie uit de wereld rondom ons,
- **zonder context** = opgaven die abstract en zuiver wiskundig zijn.

Een opgave kan zowel een vraagstuk als een probleem zijn:

- een **vraagstuk** = een opgave die opgelost kan worden met de leerinhouden van het bijhorende hoofdstuk uit de vakfiche,
- een **probleem** = een opgave die niet gekoppeld kan worden aan een specifiek hoofdstuk. Je combineert leerinhouden om te komen tot een oplossing.

Begrippen en notaties in handboeken en op websites kunnen verschillen. We verwachten van jou dat je de begrippen en notaties gebruikt die je terugvindt in de bijlage “Begrippen & notaties”.

Deze rubriek is opgebouwd uit 3 bouwstenen:

1. Probleemoplossend denken
2. Analyse
3. Kansrekenen en statistiek



Probleemoplossend denken

Mathematiseren en demathematiseren



Je lost problemen op door te mathematiseren en demathematiseren en door gebruik te maken van heuristieken.

Je doet dit in opgaven met en zonder context.

Om een opgave (procedureel) op te lossen, analyseer je die eerst. Vervolgens zet je het concrete probleem om in wiskundetaal en wiskundige symbolen en uitdrukkingen. Dan los je het (wiskundige) probleem op en denk je na over je oplossingsproces. Tot slot formuleer je een antwoord op je opgave.

- Begrijp het probleem.
- Maak een plan.
- Voer het plan uit.
- Reflecteer.

Wiskundige denkprocessen bestaan vooral uit het creatief combineren van kennis en vaardigheden in nieuwe, onbekende situaties. In dit onderdeel rond probleemoplossende vaardigheden staan wiskundige denkprocessen en het wiskundig modelleren centraal. Zo kun je heel wat realistische problemen oplossen. Daarbij moet je zelf de oplossingsstrategie kiezen aan de hand van je kennis en vaardigheden uit de eerste, tweede en derde graad.

Voorbeelden van oplossingsstrategieën (heuristieken) zijn:

- een schets, tekening of tabel maken, een vertaling van het probleem in een meer geschikte voorstelling;
- gegevens schematisch voorstellen, ordenen;
- variabelen invoeren;
- schatten, slim gissen (en missen), testen, controleren;
- voorbeelden geven, gebruik maken van speciale gevallen;
- alle mogelijkheden opschrijven;
- terugrekenen, van achter naar voor werken;
- het vraagstuk zelf uitvoeren, simuleren;
- patronen en regelmaat ontdekken, gebruik maken van symmetrie in het probleem;
- logisch redeneren;
- opsplitsen in deelproblemen.



Voorbeelden van vaardigheden zijn:

- taalvaardigheid: wiskundige uitdrukkingen in eenvoudige situaties begrijpen, tekeningen, grafieken en diagrammen begrijpen, vragen beantwoorden;
- rekenvaardigheid: rekenen met getallen en handig rekenen;
- ICT-vaardigheid: rekenapps gebruiken.



Je past wiskundige concepten en vaardigheden toe.

Je past heuristieken toe om opgaven op te lossen.

Je lost opgaven op door te mathematiseren en te demathematiseren.

Je past reflectievaardigheden toe om je proces en je oplossing te evalueren.



Mathematiseren en demathematiseren komt geïntegreerd aan bod in de andere onderdelen van de vakfiche.

ICT-vaardigheid



Je gebruikt ICT om berekeningen uit te voeren, grafische voorstellingen te maken en data te verwerken.

Je doet dit in opgaven met en zonder context.



Je gebruikt ICT om:

- bewerkingen uit te voeren tot op de gevraagde nauwkeurigheid,
- grafieken te tekenen,
- statistische kengetallen te berekenen,
- ...



Bij de verschillende leerdoelen wordt vermeld waarvoor je ICT moet kunnen gebruiken.

Tijdens het examen mag je een webpagina met rekenapps gebruiken. Je vindt deze via de link:

<https://www.vlaanderen.be/examencommissiesecundaironderwijs/voorbereiding#rekenapps>

Je vindt hier ook een handleiding voor het gebruik van de rekenapps voor het onderdeel statistiek.

We raden je aan om thuis te oefenen met de rekenapps.

Tijdens het examen kan je ook een online wetenschappelijk rekentoestel gebruiken. Je vindt hiervan een foto in de bijlagen.

We staan geen andere ICT-middelen toe tijdens het examen.

Bij berekeningen werk je altijd met zo nauwkeurig mogelijke tussenresultaten. Denk eraan: hoe onnauwkeuriger je tussenresultaten, hoe meer je eindresultaat kan afwijken van het correcte antwoord.

Analyse

Machtswortels en logaritmen



Je rekt met reële getallen.
Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- n-de machtswortels met $n \in \mathbb{N}_0 \setminus \{1\}$
- machten met rationale exponent
- verband tussen machtsverheffing en worteltrekking
- rekenregels van machten met rationale exponenten
- logaritme met willekeurig grondtal: $\log_a x$
- logaritme met grondtal 10: $\log x$
- verband tussen machtsverheffing en logaritme



Je noteert een wortelvorm als een macht met een rationale exponent.

Je noteert een macht met een rationale exponent als een wortelvorm.

Je berekent machten met rationale exponent, n-de machtswortels en logaritmen, met en zonder ICT.

Je past de rekenregels voor machten toe op machten met een rationale exponent.

Je benadert, schat en rondt af bij het rekenen met machten met rationale exponenten, n -de machtswortels en logaritmen.

Je lost vraagstukken en problemen op.

Grafisch onderzoek



Je brengt met behulp van de grafiek, kenmerken van een functie in verband met de betekenisvolle situatie die ze beschrijft.

Je doet dit in opgaven met context.



- voorstellingswijzen van een functie en de onderlinge samenhang ervan: verwoording, tabel, grafiek en voorschrift
- functiekenmerken: domein, praktisch domein, bereik, praktisch bereik, nulwaarden, nulpunten, snijpunten met de assen, tekenverloop, stijgen/dalen/constant, maximum/minimum (extrema), constante/toenemende/afnemende stijging/daling, symmetrie, periode



Je schetst de grafiek van een functie zonder ICT.

Je tekent de grafiek van een functie met ICT.

Je bepaalt de functiekenmerken aan de hand van een grafiek.

Je legt het verband tussen de functiekenmerken en de gegeven betekenisvolle situatie.

Je lost vraagstukken op.



Voorbeelden van contexten: winst in functie van het aantal geproduceerde stuks, tijd nodig om een bepaalde afstand af te leggen in functie van de snelheid, hartslag in functie van de tijd, ...



Je bepaalt en vergelijkt gemiddelde veranderingen over intervallen met behulp van differentiequotiënten.

Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- differentiequotiënt als de gemiddelde verandering over een interval
- grafische betekenis van een differentiequotiënt
- richtingscoëfficiënt als maat voor de helling van een rechte
- verband tussen de richtingscoëfficiënt en het differentiequotiënt



Je berekent het differentiequotient vanuit:

- een tabel,
- een grafiek,
- een voorschrift.

Je vergelijkt differentiequotienten:

- op basis van hun waarde,
- door gebruik te maken van de grafische betekenis.

Je legt het verband tussen het differentiequotient en de gegeven betekenisvolle situatie.



Voorbeelden van contexten: gemiddelde helling van een berg, gemiddelde snelheid, gemiddelde groei van een populatie, gemiddelde debiet, ...

Exponentiële functies



Je analyseert kenmerken van de functie $f(x) = b \cdot a^x$ met $a \in \mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\}, b \in \mathbb{R}_0^+$

Je doet dit in opgaven met en zonder context.



- exponentiële functie van de vorm $f(x) = b \cdot a^x$
- voorstellingswijzen van een exponentiële functie en de onderlinge samenhang ervan: tabel, grafiek en voorschrift
- functiekenmerken: stijgen/dalen, toenemende/afnemende stijging/daling, gedrag op oneindig
- invloed van de parameters a en b



Je stelt vanuit een gegeven voorstellingswijze van een exponentiële functie een andere voorstellingswijze op.

Je schetst de grafiek van een exponentiële functie zonder ICT.

Je tekent de grafiek van een exponentiële functie met ICT.

Je bepaalt de functiekenmerken aan de hand van een grafiek.

Je legt het verband tussen de waarden van de parameters a en b en de functiekenmerken.

Je lost vraagstukken op.



Je gebruikt modellen voor exponentiële groei.
Je doet dit in opgaven met context.



- lineair groeimodel: $f(x) = ax + b$ met $a \in \mathbb{R}_0$, $b \in \mathbb{R}$
- exponentieel groeimodel: $f(x) = b \cdot a^x$ met $a \in \mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\}$ en $b \in \mathbb{R}_0^+$
- exponentiële toename/afname
- voorstellingswijzen van een exponentiële functie en de onderlinge samenhang ervan: verwoording, tabel, grafiek en voorschrift
- lineaire groei, exponentiële groei
- beginwaarde, groeifactor per tijdseenheid, groeipercentage per tijdseenheid, verdubbelingstijd, halveringstijd
- logaritmen



Je stelt vanuit een gegeven voorstellingswijze van een exponentiële functie een andere voorstellingswijze op.

Je berekent de beginwaarde, de groeifactor per tijdseenheid en het groeipercentage per tijdseenheid.

Je zet groeifactoren en groeipercentages ten opzichte van een gegeven tijdseenheid om naar een andere tijdseenheid.

Je onderscheidt lineaire, exponentiële, niet-lineaire en niet-exponentiële groeiprocessen.

Je gebruikt exponentiële en lineaire groeimodellen om vraagstukken en problemen op te lossen.

Je schetst de grafiek zonder ICT.

Je tekent de grafiek met ICT.



Voorbeelden van contexten: enkelvoudige en samengestelde intrest, radioactief verval, groei populatie ...



Kansrekenen en statistiek

Kansrekenen



Je bepaalt kansen met behulp van boomdiagrammen en de wet van Laplace.
Je doet dit in opgaven met context.



- kansboom
- gebeurtenis, uitkomst, uitkomstenverzameling
- wet van Laplace
- kans
- relatieve frequentie
- verband tussen relatieve frequentie en kans



Je past de wet van Laplace toe.

Je stelt een kansboom op.

Je berekent kansen m.b.v. kansbomen.

Je berekent bij een kansboom de kans dat een pad zich voordoet als het product van de kansen op de takken van dat pad. (productregel)

Je berekent bij een kansboom de kans dat verschillende paden zich voordoen als de som van de kansen van die paden. (somregel)

Je berekent de kans dat een gebeurtenis optreedt als 1 verminderd met de kans dat de gebeurtenis niet optreedt. (complementregel)

Je gebruikt het verband tussen kansen en relatieve frequenties.

Je lost vraagstukken en problemen op.

Statistiek



Je verklaart het belang van representativiteit bij steekproeven voor het formuleren van statistische besluiten over een populatie.
Je doet dit in opgaven met context.



- populatie, steekproef, variabele
- representativiteit
- aselechte steekproef
- vertekende steekproef



Je gebruikt de begrippen populatie, steekproef, variabele, representativiteit, aselechte steekproef, vertekende steekproef.

Bij een concreet onderzoek benoem je de populatie, de steekproef en de variabele.

Je geeft de invloed aan van een vertekende steekproef op de conclusie voor de populatie.



Je legt in concrete situaties het verschil uit tussen samenhang en causaliteit.
Je doet dit in opgaven met context.



- samenhang tussen 2 variabelen
- causaliteit
- derde verborgen variabele



Je oordeelt of onderzoekers terecht of onterecht een causaal verband suggereren.

Je onderscheidt bij een statistisch verband tussen twee variabelen:

- causaliteit
- causaliteit met omwisseling van oorzaak en gevolg
- samenhang omwille van een derde verborgen variabele
- samenhang ontstaan door toevalligheden.



Je gebruikt de normale verdeling als continu model bij gegeven data.
Je doet dit in opgaven met context.



- normale verdeling $N(\mu, \sigma)$ met gemiddelde μ en standaardafwijking σ
- gemiddelde μ en standaardafwijking σ van een populatie
- gemiddelde $\bar{x}$ en standaardafwijking s van een steekproef
- symmetrische en niet-symmetrische verdeling
- klokvormig histogram



- dichtheidsfunctie van een normale verdeling
- Gausskromme
- grafische betekenis van gemiddelde en standaardafwijking op een Gausskromme



Je beoordeelt op basis van een grafische voorstelling of het model van de normale verdeling geschikt is voor de gegeven data: je onderzoekt of de gegevens aanleiding geven tot een klokvormig histogram. Dit kan door de vorm van het histogram te bestuderen of door over het histogram de dichtheidsfunctie van de normale verdeling met de geschatte parameters te tekenen.

Je berekent het gemiddelde en de standaardafwijking van gegeven data met ICT.

Je gebruikt het gemiddelde en de standaardafwijking van gegeven data als schatting voor de parameters van een normale verdeling.

Je legt het verband tussen het gemiddelde en de ligging van de top van de Gausskromme.

Je legt het verband tussen de standaardafwijking en de breedte van de Gausskromme.

Je vergelijkt Gausskrommen op basis van gemiddelde en standaardafwijking.



Je berekent kansen bij een normaal verdeelde kansvariabele.
Je doet dit in opgaven met context.



- relatieve frequentie en kans als oppervlakte onder de Gausskromme



Je berekent kansen bij normaal verdeelde gegevens met ICT.

Je legt het verband tussen relatieve frequentie, oppervlakte onder de Gausskromme en kansen.

Je lost vraagstukken op.



Informatie over het examen

Zo ziet het examen eruit

Je legt het examen af in het examencentrum in Brussel. Het examen duurt 150 minuten.

Het digitale examen bestaat uit gesloten vragen.

Er zijn verschillende vraagtypes: invulvragen, sleepvragen, dropdownvragen, meerkeuzevragen ... Elk vraagtype heeft een eigen instructiezin, die aangeeft wat je precies moet doen.

Tijdens het examen mag je gebruik maken van bijvoorbeeld rekenapps, een spelcontrole en een eenvoudig woordenboek. We raden je aan om thuis te oefenen met deze hulpmiddelen. Je vindt op de website ook een oefenexamen waarmee je de verschillende vraagtypes kan inoefenen. Uiteraard is dit geen echt examen: de bedoeling is dat je de techniek van de digitale vraagtypes in de vingers krijgt. Alle info om je voor te bereiden vind je op onze website: [Voorbereiden op je examen bij de Examencommissie secundair onderwijs](#).

Dit neem je mee

Je identiteitskaart of een geldig alternatief. In het examenreglement vind je wat geldige alternatieven zijn.

Je laat al je persoonlijke spullen achter in een locker in de onthaalruimte.

Als je een gsm/smartphone of smartwatch, maar ook cursusmateriaal of samenvattingen bij je hebt in de examenruimte beschouwen we dit als examenfraude.

Dit krijg je van ons

Je krijgt van ons het materiaal dat je nodig hebt om je examen te maken:

- een balpen en kladpapier
- hoofdtelefoon

Je mag steeds naar een geodriehoek, passer of meetlat vragen als je die wil gebruiken.

In je examen zitten links naar de websites die je mag gebruiken tijdens je examen, zoals een online rekentoestel, het digitale woordenboek en de spellingscontrole.



Zo verloopt het examen

Je meldt je aan bij de balie met je identiteitskaart of een geldig alternatief.

In het examenlokaal zelf mag je geen persoonlijke spullen bij je hebben. Na je aanmelding aan het onthaal berg je daarom je jas, je tas of rugzak én je gsm op in een locker.

Je leest de instructies op de examencomputer en tikt de code van de examensticker in om je examen te starten.

Als je klaar bent, sluit je je examen af met de knop beëindigen. Dat kan ten vroegste 15 minuten na de start van het examen. Geef je kladblad af aan de toezichter.

Zo beoordelen we je examen

Er is geen giscorrectie.

Het examen bestaat uit twee onderdelen, die elk voor een ander gewicht meetellen:

onderdeel	gewicht
Analyse	60%
Kansrekenen en statistiek	40%

Het examen bestaat uit oefeningen van verschillende moeilijkheidsgraden die mekaar afwisselen. Laat je dus niet ontmoedigen door een moeilijke oefening maar zet door want de oefeningen staan niet noodzakelijk geordend van makkelijk naar moeilijk.

Met deze leermaterialen kan je studeren

De Examencommissie stelt geen studiematerialen ter beschikking. Je kan studiemateriaal kopen in een (online) boekhandel of ontlene en raadplegen in een bibliotheek. De bibliotheken van de lerarenopleiding aan de universiteit of de hogeschool bieden heel wat leermiddelen aan.

We hebben voor jou een selectie gemaakt van interessante boeken, websites en ander materiaal. Uiteraard mag je ook ander studiemateriaal gebruiken.

Ga altijd na of je alle thema's uit de vakfiche verwerkt hebt. Soms staat er in een studiemateriaal meer dan wat je moet kennen, in andere studiematerialen staat niet alle leerstof uit de vakfiche opgenomen.

Ga altijd na of de studiematerialen de juiste begrippen & notaties gebruiken. Wij aanvaarden enkel de begrippen & notaties zoals vermeld in bijlage “Begrippen & notaties”! Ook in de studiematerialen die we adviseren kunnen er soms andere begrippen & notaties gebruikt worden, wees hier waakzaam voor.

Let op! Mogelijk is bepaald studiemateriaal niet langer verkrijgbaar of zijn de meest recente werken nog niet opgenomen. Ook websites veranderen soms van naam of worden aangepast. Als je niet op de juiste website terechtkomt, kan je die proberen te vinden via een goede zoekmachine.

Leerboeken en methodes

Methode	Uitgeverij	Gegevens
Van basis tot limiet	Die Keure	- VBTL 5 – leerwerkboek Analyse D&A ISBN: 9789048646609 - VBTL 5/6 – leerwerkboek Kansrekenen & statistiek D&A ISBN: 9789048646616
Delta	Plantyn	- Delta 5/6 Reële functies & algebra Leerwerkboek Dubbele finaliteit (incl. Scoodle) ISBN: 9789049704575 - Delta 5/6 Statistiek & kansrekenen Leerwerkboek Dubbele finaliteit (incl. Scoodle) ISBN: 9789049704551

Websites

Website	Hoe kan deze site je helpen? Wat vind je hier?
https://www.math4all.nl/	Nederlandse website waarop je over verschillende leerstofonderdelen theorie, voorbeelden en oefeningen (met oplossingen) vindt. Opgelet, er wordt gewerkt met de opbouw van het Nederlands onderwijssysteem. Ook de begrippen en notaties verschillen soms van de onze!

Bijlagen



Begrippen & notaties (dit krijg je niet tijdens het examen)

Begrippen en notaties in handboeken en op websites kunnen verschillen. Wij gebruiken op het examen de begrippen en notaties uit deze bijlage en we verwachten van jou hetzelfde. Alle andere begrippen en notaties worden als foutief beschouwd.

De begrippen en notaties zijn verdeeld over 2 bouwstenen:

1. Analyse
2. Kansrekenen en statistiek

Analyse

Machtswortels en logaritmen

- **logaritme met willekeurig grondtal:** $\log_a x$ met $a \in \mathbb{R}_0^+ \setminus \{1\}$ en $x \in \mathbb{R}_0^+$
- **logaritme met grondtal 10:** $\log x$ met $x \in \mathbb{R}_0^+$

Grafisch onderzoek

- **domein** van een functie f : $\text{dom } f$
- **bereik** van een functie f : $\text{ber } f$
- **nulwaarde** van een functie: de x -waarde van het snijpunt met de x -as
- **nulpunt** van een functie: de coördinaat van het snijpunt met de x -as
- **snijpunt met de x -as/ y -as**: de coördinaat van het snijpunt met de x -as/ y -as
- **tekenverloop** van een functie: geeft weer waar de grafiek van een functie onder of boven de x -as ligt en waar de grafiek de x -as snijdt
- **verloopschema (stijgen/dalen)** van een functie: geeft weer waar de grafiek van een functie stijgt of daalt en waar de functie een minimum/maximum bereikt

Begrippen & notaties (dit krijg je niet tijdens het examen)

Je gebruikt voor het tekenverloop/verloopschema de volgende symbolen:

- interval waar de grafiek onder de x-as ligt: —
- interval waar de grafiek boven de x-as ligt: +
- punt waar de grafiek de x-as snijdt: 0
- punt waar de functie niet gedefinieerd is: |
- interval waar de functie niet gedefinieerd is: ///
- interval waar de functie stijgend is: ↗
- interval waar de functie dalend is: ↘
- minimum: min
- maximum: max
- **differentiequotiënt** van f over $[a,b]$: $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$
- **gedrag op oneindig**:
 - als $x \rightarrow +\infty$, dan $f(x) \rightarrow \dots$
 - als $x \rightarrow -\infty$, dan $f(x) \rightarrow \dots$

Exponentiële functies

- bij een **procentuele toename** van $p\%$ per tijdseenheid hoort de groefactor $a = 1 + \frac{p}{100}$
- bij een **procentuele afname** van $p\%$ per tijdseenheid hoort de groefactor $a = 1 - \frac{p}{100}$

Kansrekenen en statistiek

- **uitkomstenverzameling**: U
- **kans** op een gebeurtenis A : $P(A)$
- **normale verdeling** met gemiddelde μ en standaardafwijking σ : $X \sim N(\mu, \sigma)$
- **steekproefgemiddelde** $\bar{x}$ en **populatiegemiddelde** μ
- **steekproefstandaardafwijking** s en **populatiestandaardafwijking** σ
- **aselecte steekproef**: een steekproef die op een willekeurige manier is samengesteld
- **vertekende steekproef**: een steekproef waarbij bepaalde elementen uit de populatie worden bevoordeeld



Foto online wetenschappelijk rekentoestel

Behoudens wijzigingen aan het achterliggende programma waarbinnen het examen afgenomen wordt, ziet het online rekentoestel dat je mag gebruiken op het examen er zo uit:

